



Ciências
ULisboa

Departamento de Física

Engenharia de Medida

Trabalho Final:

Desenho e Caracterização de um

Interferómetro de Michelson

como sensor de medida de deslocamento

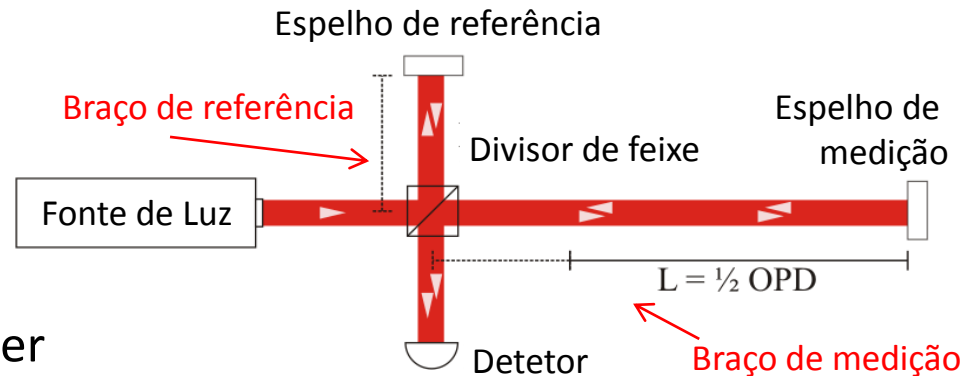


Alexandre Cabral

Alexandre.Cabral@fc.ul.pt

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Este trabalho tem como principal objectivo desenhar um sistema de medição relativa de distâncias baseado num Interferómetro de Michelson (IM), cumprindo determinadas especificações em termos de incerteza de medição, a ser utilizado na calibração de um atuador piezoelétrico.



Deverá optar por uma das opções indicadas (para os diversos componentes) de forma a ter o custo/complexidade (indicado pelo valor em €) o mais reduzido possível ... garantindo os requisitos de incerteza para toda a gama de medição.

Todos as especificações necessárias estão neste enunciado (pode se quiser ver as características de alguns dos equipamentos referidos nos ficheiros EngMed-IM-XX.pdf)

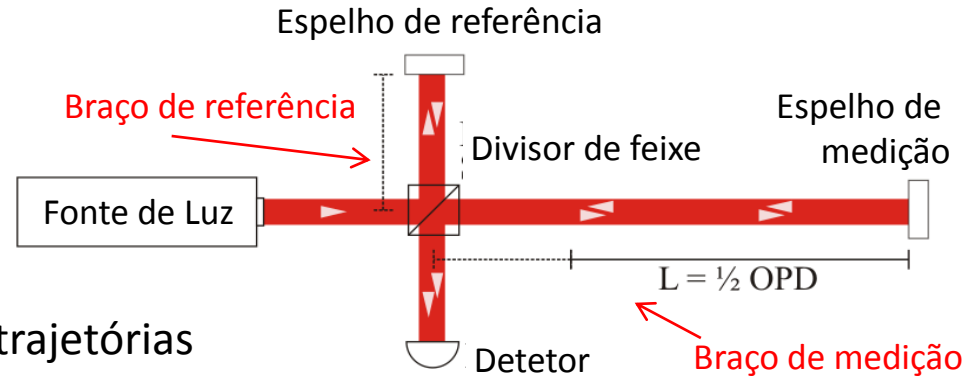
O processo de otimização e escolha do sistema deverá ser justificado.

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson:

- No interferómetro de Michelson, a onda primária é dividida em ondas secundárias que possuem a mesma estrutura da onda primária.

As ondas secundárias propagam-se por trajetórias distintas e posteriormente interagem e interferem.



- Considerando a interferência de duas ondas polarizada linearmente e monocromática, obtemos para a intensidade resultante:

$$I(x, y, z, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[\Delta\phi(x, y, z, t)]$$

onde I_1 e I_2 são as intensidades individuais dos feixes e $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ a diferença de fase entre as ondas que está relacionada com os Percursos Ópticos (PO) dos dois braços.

$\Delta\phi$ pode ser obtido a partir da Diferenças de Percurso Óptico (DPO):

$$DPO = PO_{Med} - PO_{Ref} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \Delta\phi \quad \Rightarrow \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot DPO$$

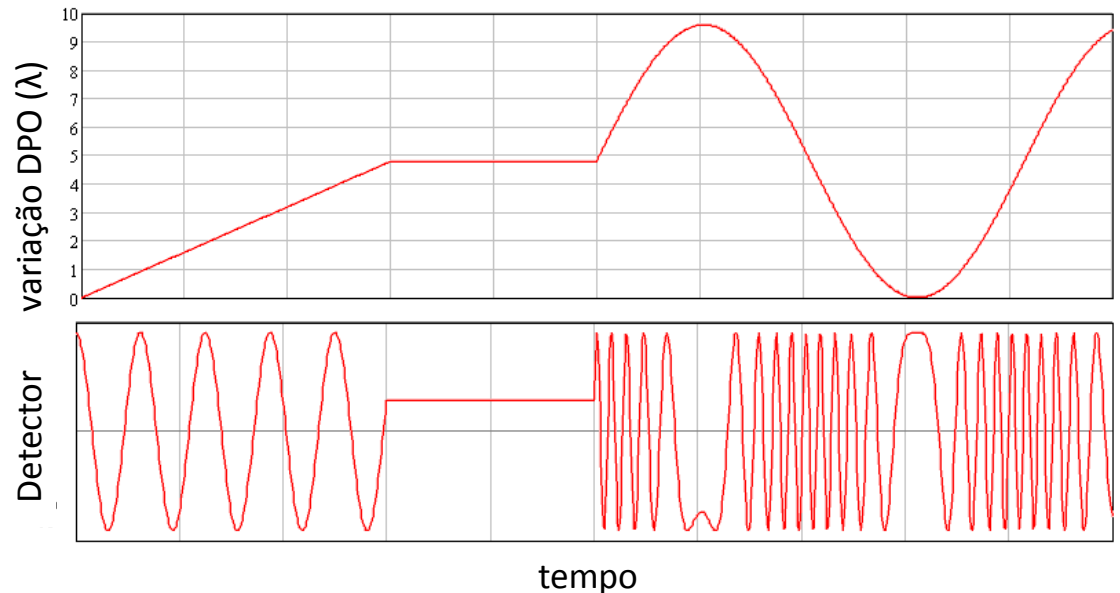
em que λ é o comprimento de onda da radiação no meio.

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson:

- No IM, vamos obter interferência construtiva ocorre quando duas ondas estão em fase, obtendo-se uma franja clara ou máximo, correspondendo a uma diferença de fase de $2.m.\pi$ ou uma DPO $m.\lambda$, onde m é um número inteiro.
- Obtém-se uma franja escura ou mínimo quando a diferença de fase é de $2.(m+1).\pi$ ou uma DPO $(m+1/2).\lambda$.
- Exemplo de um sinal detetado, para uma dada mudança de DPO no tempo (IM com detecção clássica homodinas):

$$I(OPD(t)) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} OPD(t)\right]$$



Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson:

- λ é o comprimento de onda no meio onde é feita a medição, e no nosso caso iremos ter:
$$\lambda = \lambda_{\text{vácuo}} / n_{\text{ar}}$$
- É fundamental sabermos qual o índice de refração do meio em que fazemos a medição e qual a sua variação com as grandezas de influência. Para isso, será usado o modelo matemático descrito em:

<http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp#EdlenorCiddor>

$$n_{\text{ar}} = 1 + 7,86 \times 10^{-4} \frac{p}{273+t} - 1,5 \times 10^{-11} HR (t^2 + 160) \quad \underline{t \text{ em } ^\circ\text{C} \text{ e } p \text{ em kPa}}$$

$$\frac{\partial n_{\text{ar}}}{\partial t} = -7,86 \times 10^{-4} \frac{p}{(273+t)^2} - 3,0 \times 10^{-11} HR \times t$$

$$\frac{\partial n_{\text{ar}}}{\partial p} = \frac{7,86 \times 10^{-4}}{273+t}$$

$$\frac{\partial n_{\text{ar}}}{\partial HR} = -1,5 \times 10^{-11} \times t^2 - 2,4 \times 10^{-9}$$

Over a more limited range of conditions characteristic of metrology laboratories near sea level (temperature between 19.5 °C and 20.5 °C, pressure from 90 kPa to 110 kPa, 0 % to 70 % humidity, and CO₂ concentration between 350 μmol/mol and 550 μmol/mol) this equation agrees with the Ciddor equation and with our version of the Edlén equation within 5×10⁻⁸ (0.05 parts per million).

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson:

- A distância percorrida pelo Espelho de referência vai ser dada por:
- Em que N é o número de franjas detetadas durante o movimento (valor não necessariamente inteiro)

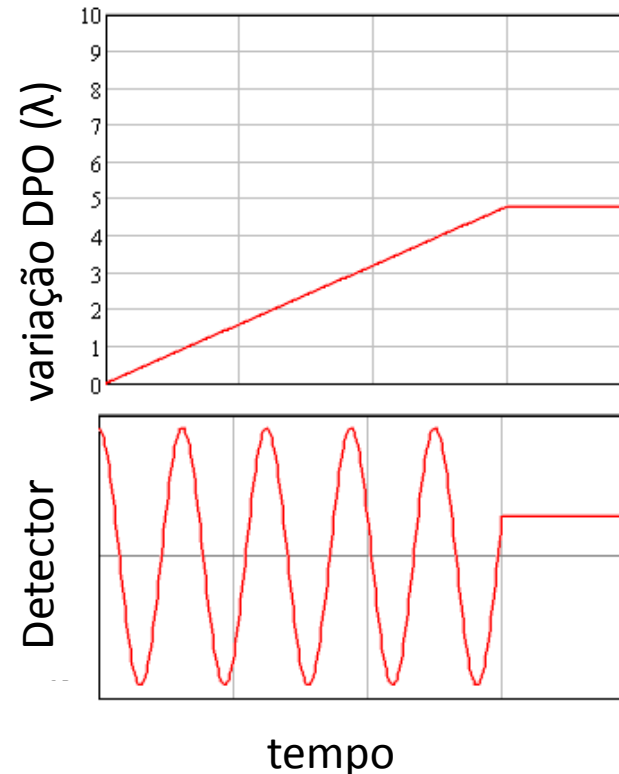
$$Dist = \frac{1}{2} \times \frac{\Delta\phi}{2\pi} \times \frac{\lambda_{vac}}{n_{ar}} = \frac{1}{2} \times N \times \frac{\lambda_{vac}}{n_{ar}}$$

$$Dist = \frac{N}{2} \frac{\lambda_{vac}}{n_{ar}}$$

$$\frac{\partial Dist}{\partial N} = \frac{\lambda_{vac}}{2 \times n_{ar}}$$

$$\frac{\partial Dist}{\partial \lambda_{vac}} = \frac{N}{2 \times n_{ar}}$$

$$\frac{\partial Dist}{\partial n_{ar}} = \frac{N \times \lambda_{vac}}{2 \times n_{ar}^2}$$



Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Requisitos para o sistema:

- As medidas são efetuadas deslocando o espelho de medição, acoplado ao atuador piezoelétrico em calibração. Temos portanto apenas uma medição da mesma distância, sabendo-se (a partir de um estudo) que a componente aleatória do erro é desprezável.
- Os desvios angulares ou outros erros de alinhamentos têm uma influência desprezável nos resultados.
- O atuador a calibrar é um “N-412 Linear Actuator with PIShift Piezomotor” da PI, como um deslocamento máximo de 13 mm e uma resolução de 300 nm (em open-loop).
- A incerteza de medição do interferómetro deverá corresponder a 1/10 da resolução para 10% do deslocamento máximo e a 1/5 para toda a gama, ou seja:
- Gama de medição e requisitos para as respetivas incertezas ($k = 2$):
 - Deslocamento entre 0 mm – 1,3 mm $\rightarrow U \leq 30 \text{ nm}$
 - Deslocamento entre 1,3 mm e 13 mm $\rightarrow U \leq 60 \text{ nm}$

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Requisitos para o sistema:

- A estabilidade do percurso do braço de referência (do divisor de feixe até ao espelho) é também um contributo para a incerteza final, uma vez que pode introduzir (erradamente) variações no percurso óptico medido. Dependendo do material do qual o braço é feito, essa contribuição será menor ou maior.
- A estabilidade do braço de medida faz parte da caracterização do atuador.
- Note que a medição das temperatura das condições ambientais apenas nos dá um conhecimento da temperatura do ar, e nunca da temperatura do material do braço de referência.
- Para além de instrumentos para medir as condições ambientais (temperatura, pressão e humidade relativa), existirá um sistema de controlo da temperatura em toda a zona onde a medição é realizada.

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Opções

Fonte de Luz, Laser HeNe $\lambda_{\text{vácuo}} = 632,9908 \text{ nm}$

Considere-se que o a incerteza no conhecimento do comprimentos de onda, após calibração, é inferior à sua estabilidade e por isso desprezável relativamente a esta.

1) Laser HeNe estabilizado em frequência

- Estabilidade em frequência de 2 MHz (1 sigma - distribuição normal)
- Custo **4k€**

2) Laser HeNe não estabilizado em frequência

- Estabilidade em frequência de (espaçamento dos modos longitudinais) de 730 MHz (1 sigma - distribuição normal)
- Custo **1k€**

A estabilidade em comprimento de onda corresponde (numa boa aproximação) a: $\Delta\lambda = \Delta\nu \times \lambda^2 / c$

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Opções

Sistema de deteção do número de franjas

- 1) Sistema Homodino (1 detector e respectivo sistema de aquisição)
 - Resolução de 0,5 franjas (divisão)
 - Incerteza $U = 0,5$ franjas ($k=2$)
 - Custo **0,5k€**
- 2) Sistema Homodino em Quadratura (2 detetores, ópticas de polarização e sistema de aquisição)
 - Resolução de 0,1 franjas (divisão)
 - Incerteza $U = 0,15$ franjas ($k=2$)
 - Custo **1,5k€**
- 3) Sistema Heterodino (2 detetores, ópticas de polarização, moduladores e sistema de aquisição)
 - Resolução de 0,001 franjas (divisão)
 - Incerteza $U = 0,005$ franjas ($k=2$)
 - Custo **6k€**

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Opções

Sistema de medição das condições ambientais

1) Termómetro e Barómetro OAKTON 03316-70

- Resolução de: $1^{\circ}\text{C} / 1 \text{ mbar}$ (divisão)
- Incerteza $U = 1^{\circ}\text{C} / 1 \text{ mbar}$ ($k=2$)
- Custo **0,5k€**

2) Termo Higrómetro e Barómetro PCE-THB 40

- Resolução de: $0,1^{\circ}\text{C} / 0,1 \text{ hPa} / 0,1\% \text{hr}$ (divisão)
- Incerteza $U = 0,31^{\circ}\text{C} / 0,14 \text{ hPa} / 1,4\%$ ($k=2$)
- Custo **1k€**

3) Termómetro Fluke - Hart Scientific 1521 com um sensor Pt100 + Barómetro PTB330 e Higrómetro HMT330 da Vaisala

- Resolução de: $0,001^{\circ}\text{C} / 0,01 \text{ hPa} / 0,1\% \text{hr}$ (divisão)
- Incerteza $U = 0,025^{\circ}\text{C} / 0,1 \text{ hPa} / 1\%$ ($k=2$)
- Custo **3k€**

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Opções

Sistema de estabilização da temperatura

O interferómetro e toda a zona de medição estão colocados num local fechado onde existe um sistema capaz de manter a temperatura estável.

O sistema apenas mantém a temperatura estável, o conhecimento do valor absoluto é dado pela medida com o termómetro referido na página anterior.

A temperatura é medida apenas num local, a estabilidade na zona de medição é dada por este sistema.

Diferentes níveis de estabilidade terão custo diferentes ... opções:

- 1) ± 5 °C
 - Custo **0k€** (característica do laboratório)
- 2) $\pm 0,5$ °C
 - Custo **1k€**
- 3) $\pm 0,05$ °C
 - Custo **2k€**
- 4) $\pm 0,005$ °C
 - Custo **10k€**

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson – Opções

- A estabilidade do percurso do braço de referência (do divisor de feixe até ao espelho) é também um contributo para a incerteza final. Dependendo do material do qual o braço é feito, essa contribuição será menor ou maior.
- O Braço de referência tem um comprimento de 15 mm (a incerteza neste valor é desprezável). O material deverá ser escolhido entre as seguintes opções, com os respetivos valores de coeficiente (linear) de expansão térmica:
 - Alumínio - $CET = 23 \times 10^{-6} \text{ m} \times \text{m}^{-1} \times ^\circ\text{C}^{-1}$ ■ Custo **0.5k€**
 - Aço - $CET = 11 \times 10^{-6} \text{ m} \times \text{m}^{-1} \times ^\circ\text{C}^{-1}$ ■ Custo **0.5k€**
 - Quartzo - $CET = 0,59 \times 10^{-6} \text{ m} \times \text{m}^{-1} \times ^\circ\text{C}^{-1}$ ■ Custo **1k€**
 - Zerodur - $CET = 0,02 \times 10^{-6} \text{ m} \times \text{m}^{-1} \times ^\circ\text{C}^{-1}$ ■ Custo **2k€**

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson

Condições de funcionamento

Para efeitos de simulação da performance do sistema, considere os seguintes dados:

- As condições ambientais nominais são:
 $T = 20^{\circ}\text{C}$, $P_a = 101.3 \text{ kPa}$ e $\text{HR} = 50\%$
- A componente aleatória é desprezável, uma vez que nas medições das condições ambientais é possível realizar muitas medidas num curto espaço de tempo, e na medição do número de franjas o valor em causa é muito pequeno quando comparado com a resolução do sistema.

Trabalho Prático – Interferómetro de Michelson

Interferómetro de Michelson

- O trabalho deverá ser escrito sob a forma de um relatório, com uma breve introdução e explicação sobre o que se pretende realizar.
- Deverá explicar e justificar todas as opções tomadas (procedimento de escolha), descrever os resultados obtidos para o sistema e indicar qual o custo final.
- Ao descrever a incerteza, refira os diversos passos na determinação da mesma (não esquecendo a inclusão do BMI). Utilize sempre que possível tabelas e/ou gráficos. Atenção às unidades!
- SUGESTÃO: De forma a simplificar o processo de simulação da performance do interferómetro, poderá separar o cálculo da incerteza em dois Balanços, um para o índice de refração do ar e outro para o deslocamento (dependendo do índice de refração e não das condições ambientais).
O teste da incerteza para diferentes deslocamentos é realizado determinando o número de franjas a que esse deslocamento corresponderia.
- A entrega deverá ser feita até dia 23 de Maio para o email Alexandre.Cabral@fc.ul.pt (em formato pdf)
- ... o meu email também serve para tirar dúvidas!